

Fisica Tecnica

Formulario e cose importanti

Regole generali delle fasi

Regola delle fasi di Gibbs

$$V = C + 2 - F$$

Con: V variabili *intensive* indipendenti

C componenti

F fasi

Coefficiente di dilatazione isobara per solidi e liquidi

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$$

Coefficiente di comprimibilità isoterma per solidi e liquidi

$$\kappa_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T$$

Equazione di stato del solido e del liquido incomprimibile

$$dv = \beta v dT - \kappa_T v dP \Rightarrow \beta dT - \kappa_T dP = 0$$

Principi della termodinamica

Principio di conservazione in forma generale per grandezze estensive

$$\Delta G = G_1 - G_2 = G^{\leftarrow}$$

Primo principio della termodinamica

Per un sistema semplice chiuso e all'equilibrio la variazione di energia interna è il risultato delle interazioni del sistema con l'ambiente.

$$\Delta U = Q^{\leftarrow} - L^{\rightarrow}$$

In forma differenziale diventa:

$$\delta u = \delta q^{\leftarrow} - \delta l^{\rightarrow}$$

La variazione è nulla in un sistema isolato. Inoltre, per trasformazioni cicliche, l'energia interna iniziale coincide con quella finale.

Secondo principio della termodinamica

1° postulato: in un sistema all'equilibrio esiste una funzione di stato detta entropia la cui variazione dopo una trasformazione reversibile vale:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{\delta Q_{rev}^{\leftarrow}}{T}$$

Come si nota dalla formulazione del primo postulato solo lo scambio termico è sempre accompagnato da una variazione di entropia, il lavoro non causa mai variazioni di tale grandezza.

2° postulato: l'entropia è una grandezza estensiva e additiva.

3° postulato: la variazione di entropia in un sistema isolato sede di trasformazioni è sempre maggiore di zero. Vi tende nel momento in cui le trasformazioni tendono alla reversibilità.

$$\Delta S \geq 0$$

Bilancio entropico

$$\Delta S = S_Q^{\leftarrow} + S_{irr} \quad \text{con} \quad S_{irr} \geq 0$$

Lavoro

Il lavoro è direttamente proporzionale alla variazione di volume. Il lavoro prodotto in modo irreversibile è sempre maggiore di quello reversibile.

$$\delta L^{\rightarrow} = PdV$$

$$l^{\rightarrow} = \int P(v) dv$$

Per una isoterma:

$$L^{\rightarrow} = MR^*T \ln\left(\frac{v_f}{v_i}\right)$$

Entalpia

$$h = u + Pv$$

Capacità termica e calore specifico

Il rapporto tra quantità di calore scambiato e delta di temperatura è detto capacità termica propria di un materiale.

$$C_x = \left(\frac{\delta Q^{\leftarrow}}{dT} \right)_x$$

La quantità massica di capacità termica è detta calore specifico.

Calore specifico a volume costante

$$c_V = \left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_V$$

Calore specifico a pressione costante

$$c_P = \left(\frac{\delta q^{\leftarrow}}{\partial T} \right)_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$$

Relazione di Mayer

$$c_P = c_V + R^*$$

Espansione libera di Joule

È un'esperienza che dimostra la dipendenza dell'energia interna dalla sola temperatura. Presi due volumi separati da una valvola, fatto il vuoto in uno dei due e posto un gas nell'altro, all'apertura della valvola il gas espande occupando tutto il volume vuoto. Essendo il sistema isolato si ha che la differenza di energia interna deve essere nulla, inoltre si nota che la temperatura non varia. Il fatto che entrambe le grandezze non varino ne dimostra il legame.

Variazioni delle grandezze estensive

Variazione di energia interna in un gas perfetto

Integrando la formula del calore specifico a volume costante si ottiene che

$$u_2 - u_1 = c_V(T_2 - T_1)$$

Variazione di entalpia in un gas perfetto

Integrando la formula del calore specifico a pressione costante si ottiene che

$$h_2 - h_1 = c_P(T_2 - T_1)$$

Variazione di entropia in un gas perfetto

Integrando la formula dell'entropia, dove sostituisco $\delta q^{\leftarrow} = du + Pdv$ che deriva dalla formula dell'energia interna, ottengo a seconda dei casi:

$$\text{Se } S = S(T, v) \quad s_2 - s_1 = c_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R^* \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\text{Se } S = S(P, v) \quad s_2 - s_1 = c_P \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + c_V \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$\text{Se } S = S(T, P) \quad s_2 - s_1 = c_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R^* \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Variazione di energia interna in un solido o in un liquido incompressibile

$$u_2 - u_1 = c(T_2 - T_1)$$

Variazione di entalpia in un solido o in un liquido incompressibile

$$h_2 - h_1 = c(T_2 - T_1) + v(P_2 - P_1)$$

Variazione di entropia in un solido o in un liquido incompressibile

$$s_2 - s_1 = c \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Trasformazioni termodinamiche

Trasformazione politropica

Le politropiche sono trasformazioni quasi-statiche reversibili di un gas caratterizzate da calore specifico costante.

$$k = \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

	Isoterma	Isobara	Isocora	Isoentropica
Legge	$Pv = \text{cost.}$	$\frac{T}{v} = \text{cost.}$	$\frac{T}{P} = \text{cost.}$	$Pv^k = \text{cost.}$
l^{\rightarrow}	$R^*T \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$	$P(v_2 - v_1)$	0	$-c_v(T_2 - T_1)$
q^{\leftarrow}	$R^*T \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$	$c_p(T_2 - T_1)$	$c_v(T_2 - T_1)$	0
Δu	0	$c_v(T_2 - T_1)$	$c_v(T_2 - T_1)$	$c_v(T_2 - T_1)$
Δh	0	$c_p(T_2 - T_1)$	$c_p(T_2 - T_1)$	$c_p(T_2 - T_1)$
Δs	0	$c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	$c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	0

Formule per la trasformazione isoentropica/adiabatica

$$Pv^\gamma = \text{cost.}$$

$$Tv^{\gamma-1} = \text{cost.}$$

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cost.}$$

Definizione di gas

Un gas è un fluido con particolari caratteristiche tali che:

$$P < P_{cr}$$

$$T > T_{cr}$$

Transizioni di fase

Grafico delle fasi

Le transizioni di fase e gli stati dei vari composti, sono bene individuabili sul grafico P-T. in realtà deriva da una sezione di una rappresentazione 3D, ma questo ci basta per capire a ogni volume come un composto si comporta. Le righe che separano le fasi sono dette *curve limite*. Il punto di intersezione delle tre curve si dice *punto triplo*. La linea che divide vapori e liquidi è spezzata proseguendo ad alte temperature. Qui si trova il punto critico, che è un importante limite oltre il quale si accede a zone supercritiche dei fluidi, dai quali vengono assunte caratteristiche del tutto particolari ed esclusive.

Titolo di vapore

Indica la frazione massica di vapore presente nel sistema bifasico.

$$x_V = \frac{M_{Vapore}}{M_{Totale}}$$

Per determinati valori di x_V si hanno determinati stati particolari del fluido:

$x_V = 0$ Liquido saturo

$x_V = 1$ Vapore saturo

$0 < x_V < 1$ Bifase Liquido e Vapore

Regola della leva per il calcolo del titolo

Con g grandezza estensiva qualsiasi vale

$$g = (1 - x_V)g_l + x_V g_V$$

Transizione di fase

Durante la transizione di fase non viene scambiato altro che calore, per questo motivo si ha variazione della sola entalpia:

$$dh = \delta q^+$$

Le transizioni di fase sono processi isoterma-barici. Spesso i salti entalpici sono sfruttati (come nei cicli a vapore) per scambiare quantità di energia (calore) mantenendo i fluidi alla stessa temperatura. Sfruttare fluidi a massa volumica alta, inoltre, porta ad avere scambi entalpici maggiori.

Entalpia ed entropia di un liquido sottoraffreddato

Un liquido sottoraffreddato perfetto ha calore specifico e volume specifico costante.

$$h_1(P, T) = h_{ls}(T) + v_{ls}(T)(P - P_{ls}(T))$$

$$s(T) = s_{ls}(T)$$

Macchine termodinamiche

Macchina termodinamica isolata

Ogni sistema può essere considerato come isolato, dove vengono compresi la macchina ciclica, cuore delle trasformazioni, e serbatoi, siano essi di calore o di lavoro. All'interno della macchina ciclica un ciclo termodinamico trasforma il fluido volvente scambiando le varie forme di energia.

Secondo principio della termodinamica applicato alle macchine

1. Il calore passa spontaneamente da un corpo caldo a uno freddo.
2. Non esiste una macchina termica che non produca altro effetto che il trasferimento di calore da un corpo freddo a uno caldo.
3. Non esiste macchina ciclica che trasformi tutto il calore in lavoro.

Macchina motrice

Si definisce macchina motrice una macchina termodinamica che sposta calore da una sorgente calda a una sorgente più fredda per produrre lavoro. Per ricavare le seguenti si parte dai bilanci interni di ogni sottocomponente della macchina termodinamica. Così facendo si riscrivono i bilanci generali semplificando in base alle ipotesi di sistema isolato.

$$L = L_{rev} - T_f S_{irr} = Q_c \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) - T_f S_{irr}$$
$$\eta = \frac{L}{Q_c} = \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) - \frac{T_f S_{irr}}{Q_c} = \frac{L_{rev}}{Q_c} - \frac{T_f S_{irr}}{Q_c} = \eta_{rev} - \frac{T_f S_{irr}}{Q_c}$$

Con $\eta_{rev} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ solo per i casi in cui sorgenti calde e fredde sono isoterme. Per il rendimento di secondo principio vale

$$\eta_{II} = \frac{L}{L_{rev}} = \frac{\eta}{\eta_{rev}}$$

Macchina operatrice

Si definisce macchina operatrice una macchina termodinamica che preleva lavoro per spostare calore da una sorgente più fredda a una più calda. Le seguenti sono facilmente ricavabili come nel caso della macchina motrice.

Frigorifera:

$$L = Q_f \left(\frac{T_c}{T_f} - 1\right) + T_c S_{irr}$$
$$\varepsilon_F = \frac{Q_f}{L} = \frac{Q_f}{Q_f \left(\frac{T_c}{T_f} - 1\right) + T_c S_{irr}} = \frac{T_f}{T_c - T_f + \frac{T_c T_f S_{irr}}{Q_f}}$$

$$\text{Con } \varepsilon_{F,rev} = \frac{T_f}{T_c - T_f} < 1$$

Pompa di calore:

$$L = Q_c \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) + T_f S_{irr}$$

$$\varepsilon_P = \frac{Q_c}{L} = \frac{Q_c}{Q_c \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) + T_f S_{irr}} = \frac{T_c}{T_c - T_f + \frac{T_c T_f S_{irr}}{Q_c}}$$

$$\text{Con } \varepsilon_{P,rev} = \frac{T_c}{T_c - T_f} > 1 \quad !!!$$

Per il rendimento di secondo principio delle macchine operatrici vale

$$\eta_{II} = \frac{L_{rev}}{L} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{rev}}$$

Sistemi aperti

Ipotesi per lo studio di sistemi aperti

- Flussi monodimensionali
- Equilibri locali
- Bilanci differenziali rispetto al tempo

Bilancio di massa ed equazione di continuità per un sistema aperto.

$$\frac{dM}{dt} = \sum \dot{m}_k^{\leftarrow}$$

In due sezioni A e B vale sempre che la portata si conserva variando densità e/o velocità del fluido volvente.

$$\rho_A w_A \Omega_A = \rho_B w_B \Omega_B$$

Bilancio di energia per un sistema aperto.

$$\frac{dE}{dt} = \sum \dot{m}_k^{\leftarrow} \left(h + gz + \frac{1}{2} w^2 \right) + \sum \dot{Q}_j^{\leftarrow} - \sum L_{e,i}^{\rightarrow}$$

Si nota l'utilizzo del *lavoro d'elica*, ovvero una forma di lavoro imputabile alle parti meccaniche che tengono in moto il fluido nel sistema aperto. Deriva dal lavoro di pulsione, cioè quel lavoro che bisogna compiere sul fluido in modo che esso possa battere la pressione del sistema ed entrarci/passarci attraverso.

Bilancio di entropia per un sistema aperto.

$$\frac{dS}{dt} = \sum \dot{m}_k^{\leftarrow} s_k + \sum \dot{S}_{Q,j}^{\leftarrow} + \dot{S}_{irr}$$

Forma differenziale del bilancio di lavoro.

Si può ricavare esaminando una fetta ristretta del sistema di lunghezza dx . Sviluppando tutti i bilanci introdotti appena sopra e integrando si ottiene infine la relazione

$$l_e^{\rightarrow} = - \int_i^u v dP - \int_i^u T \delta s_{irr}$$

L'irreversibilità si può virtualmente tradurre in una variazione della temperatura del fluido.

Regime stazionario.

$$\frac{dM}{dt} = 0 \quad \frac{dE}{dt} = 0 \quad \frac{dS}{dt} = 0$$

Nel sistema, in ogni caso, possono variare le proprietà locali del fluido.

Componenti

Rendimento isoentropico di una turbina. La turbina è una macchina motrice aperta in cui avviene un'espansione del fluido per generare lavoro su un albero. Si sfrutta un salto entalpico per ottenere potenza meccanica.

$$\eta_{is,T} = \frac{\dot{L}_T}{\dot{L}_{rev}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \left[\frac{\dot{m}}{\dot{m}} \right]$$

Rendimento isoentropico di un compressore. Il compressore è una macchina operatrice aperta in cui avviene una compressione del fluido grazie al lavoro prelevato da un albero. Converte potenza meccanica in un salto entalpico che va ad energizzare il fluido.

$$\eta_{is,C} = \frac{\dot{L}_{rev}}{\dot{L}_C} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} \left[\frac{\dot{m}}{\dot{m}} \right]$$

Rendimento isoentropico per una pompa.

$$\eta_{is,P} = \frac{\dot{L}_{rev}}{\dot{L}_P} \left[\frac{\dot{m}}{\dot{m}} \right]$$

Scambiatori di calore. Sistemi atti allo scambio di calore tra uno o più fluidi. Importante notare come le componenti dovute al calore scompaiono dalla scrittura dell'entropia di uno scambiatore a più fluidi essendo il sistema complessivamente adiabatico. Ciò non avviene nello scambiatore a singolo fluido essendo appunto lo scopo di tale elemento quello di scambiare calore con l'esterno.

Diffusori e ugelli. Sono sistemi adiabatici sfruttati per rallentare o accelerare (rispettivamente) puramente il fluido. Non avvengono scambi energetici di alcun tipo, al di fuori di salti entalpici.

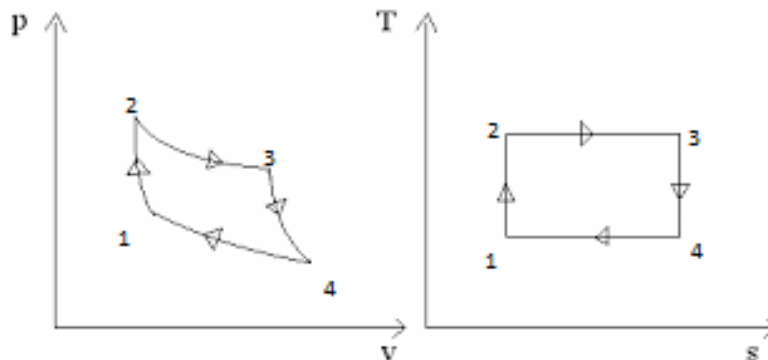
Valvola di laminazione isoentalpica. Serve a diminuire la pressione di un fluido senza ricorrere a scambi energetici, calorici o entalpici. Genera tuttavia un processo obbligatoriamente irreversibile in quanto lavora tramite una strozzatura che causa la comparsa di perdite di carico concentrate, e quindi di una diminuzione della pressione totale.

Cicli termodinamici a gas

Ciclo simmetrico. Un ciclo simmetrico è un particolare ciclo termodinamico per cui valgono:

- Trasformazioni politropiche uguali a due a due
- $V_1V_3 = V_2V_4$
- $P_1P_3 = P_2P_4$
- $T_1T_3 = T_2T_4$

Ciclo di Carnot.



Trasformazioni:

- 1-2: compressione adiabatica isoentropica istantanea. Lavoro in entrata.
- 2-3: espansione isoterma quasi-statica. Calore in entrata.
- 3-4: espansione adiabatica isoentropica istantanea. Lavoro in uscita.
- 4-1: compressione isoterma quasi-statica. Calore in uscita.

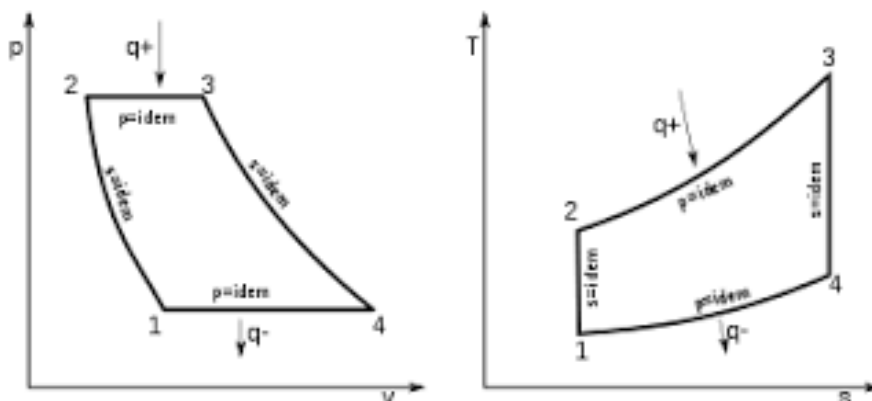
Rendimento del ciclo ideale:

$$\eta_{C,rev} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

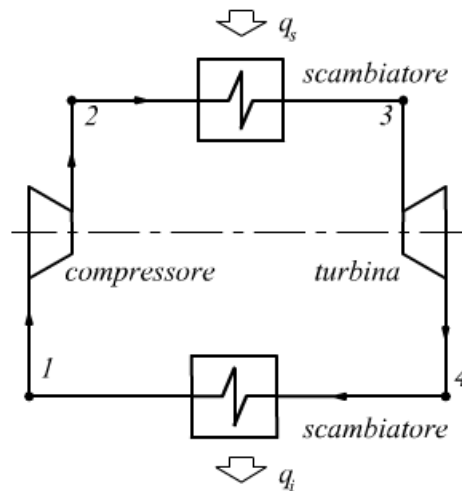
Rendimento del ciclo reale:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S_{irr}}{Q_C}$$

Ciclo Joule-Bryton chiuso.



Disegno di impianto:



Trasformazioni:

- 1-2: compressione adiabatica isoentropica. Lavoro acquistato tramite il compressore.
- 2-3: espansione isobara. Calore in entrata.
- 3-4: espansione adiabatica isoentropica. Lavoro ceduto alla turbina.
- 4-1: compressione isobara. Calore in uscita.

Rapporto di pressioni:

$$r_P = \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Rapporto massimo di pressioni:

$$r_{P,max} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Rapporto minimo di pressioni:

$$r_{P,min} = 1$$

A valori massimi e minimi del rapporto di compressione, il lavoro diventa nullo. Per trovare le soluzioni migliori bisognerà fare in modo di ricadere su un valore ottimale del rapporto di pressioni.

Rapporto ottimo di pressioni:

$$r_{P,opt} = \sqrt{r_{P,max}}$$

Rendimento:

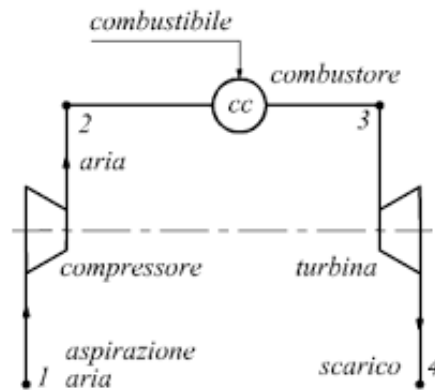
$$\eta_{JB} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}$$

Potenza prodotta:

$$\dot{L} = \dot{m}c_p \left[T_3 \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}} \right) - T_1 \left(r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \right]$$

Ciclo Joule-Bryton aperto.

Disegno di impianto:



Trasformazioni:

- 1-2: compressione adiabatica isoentropica. Lavoro acquistato tramite il compressore.
- 2-3: espansione isobara. Calore in entrata.
- 3-4: espansione adiabatica isoentropica. Lavoro ceduto alla turbina.
- 4-1: compressione isobara. Questa trasformazione nel ciclo aperto è fittizia, avviene virtualmente in atmosfera motivo per cui il passaggio da 4 a 1 (stesso ambiente) è considerato concettualmente corretto.

Il ciclo aperto può essere esclusivamente diretto, essendo la trasformazione 4-1 virtuale.

Miglioramento del rendimento del ciclo Joule-Bryton.

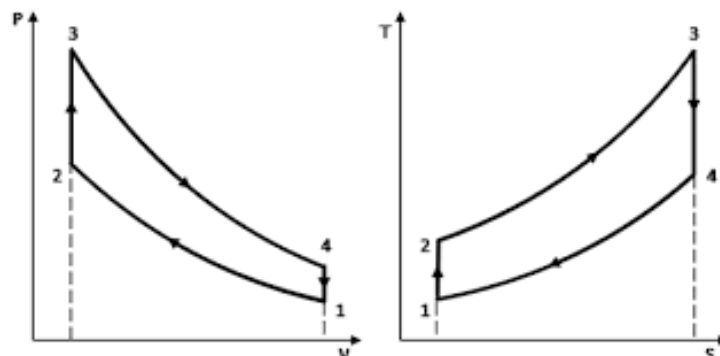
Rigenerazione: è un metodo applicato al ciclo aperto di grossi impianti industriali, si fa passare il fluido di scarico in uno scambiatore di calore che preriscalda il fluido tra il compressore e il combustore. Il rendimento aumenta:

$$\eta_{JB} = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_p^{\frac{k-1}{k}}$$

Post-combustione: soluzione usata sui velivoli principalmente militari in cui la prima bruciatura non consuma tutto l'ossigeno (combustione completa in eccesso di ossidante) quindi i gas combusti possono essere ulteriormente bruciati prima di essere espulsi. Il fluido così aumenta la sua velocità e la spinta prodotta sale. Il rendimento assume la forma:

$$\eta_{JB} = \frac{\dot{L}_{T1} + \dot{L}_{ug} - \dot{L}_c}{\dot{Q}_{c1} + \dot{Q}_{c2}}$$

Ciclo Otto.



Trasformazioni:

- 1-2: compressione adiabatica isoentropica.
- 2-3: isocora con aumento di pressione, entropia e temperatura.
- 3-4: espansione adiabatica isoentropica.
- 4-1: isocora con diminuzione di pressione, entropia e temperatura.

Rapporto di compressione volumetrico:

$$r_v = \frac{V_1}{V_2}$$

Cilindrata:

$$cc = V_1 - V_2$$

Rendimento:

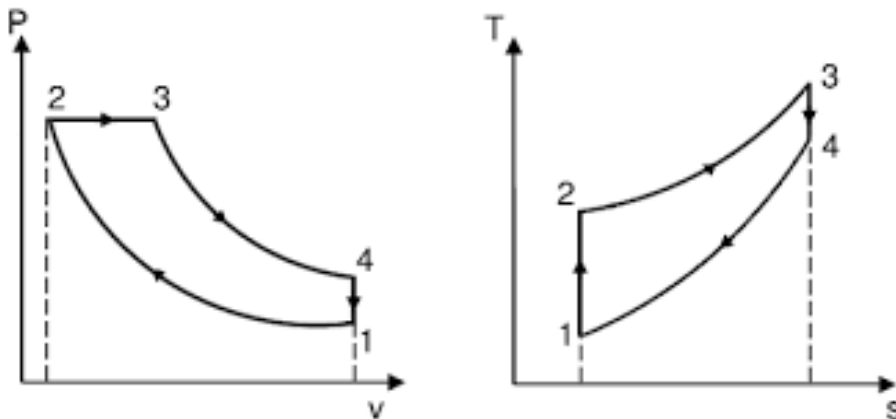
$$\eta_{otto} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}}$$

Lavoro prodotto:

$$L = Mc_v[(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)]$$

Il ciclo reale, comprensivo delle fasi di aspirazione della miscela ed espulsione dei gas di scarico è detto *ciclo indicato*, e contiene i dettagli sulle fasi puramente meccaniche e funzionali del motore a ciclo Otto.

Ciclo Diesel. Non è simmetrico.



Trasformazioni:

- 1-2: compressione adiabatica isoentropica.
- 2-3: espansione isobara.
- 3-4: espansione adiabatica isoentropica.
- 4-1: isocora con diminuzione di pressione, entropia e temperatura.

Rapporto di compressione volumetrico:

$$r_v = \frac{V_1}{V_2}$$

Cilindrata:

$$cc = V_1 - V_2$$

Rapporto di combustione:

$$z = \frac{V_3}{V_2}$$

Rendimento:

$$\eta_{diesel} = 1 - \frac{1}{r_V^{k-1}} \frac{1}{k} \frac{z^k - 1}{z - 1}$$

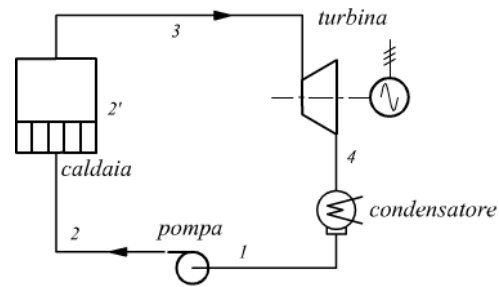
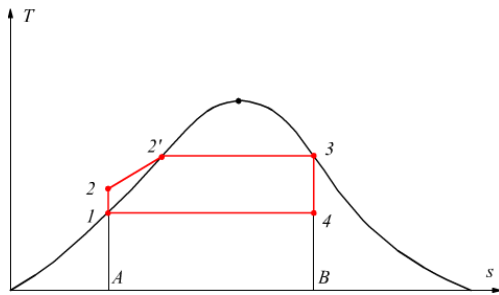
Il suo rendimento, a parità di prestazioni, è inferiore a quello di un ciclo Otto.

Lavoro prodotto:

$$L = M[c_p(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)]$$

Cicli termodinamici a vapore

Ciclo Rankine.



Trasformazioni:

- 1-2: pompaggio isoentropico.
- 2-3: generazione di vapore a P costante.
- 3-4: espansione adiabatica isoentropica in turbina.
- 4-1: condensazione isobara in condensatore.

Rendimento del ciclo ideale:

$$\eta_{rank,is} = 1 - \frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}_C} = 1 - \frac{h_5 - h_1}{h_4 - h_2}$$

Lavoro prodotto:

$$L = L_{turb} - L_{pompa} = \dot{m}(h_5 - h_4) - \dot{m}(h_2 - h_1)$$

Irreversibilità: Le irreversibilità vengono introdotte dai componenti meccanici, cioè dalla pompa e dalla turbina. Verranno quindi utilizzati i rendimenti isoentropici dei due componenti. In generale vale che, complessivamente

$$\eta_{rank} = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F S_{irr}}{Q_C}$$

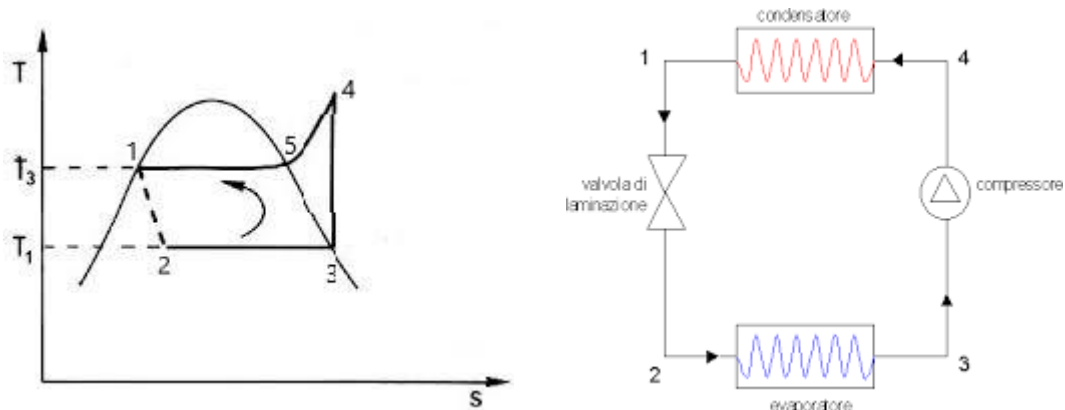
Ad alte temperature il ciclo migliora le sue prestazioni, ma si deve in ogni caso rimanere nei limiti di temperatura consentiti dall'impianto e dalla sua funzionalità (circa 650-700°C)

Miglioramento del rendimento del ciclo Rankine.

1. Ridurre la pressione di condensazione, quindi abbassare \dot{Q}_F
2. Surriscaldare il vapore, cioè aumentare \dot{Q}_C . Ciò vuol dire anche che il lavoro aumenta e il titolo di vapore deve essere maggiore nella fase bifasica del ciclo.
3. Aumentare la pressione di vaporizzazione, che equivale a diminuire \dot{Q}_C . In questo modo i contributi per irreversibilità calano a parità di lavoro, inoltre il titolo di vapore cala.
4. Surriscaldare più volte. Ulteriore riscaldamento dopo la prima espansione in turbina aumenta la quantità di calore ceduta al fluido (facendo salire anche il titolo), ma l'impianto diventa necessariamente più complesso, con più tubazioni e turbine pluristadio in serie.
5. Rigenerazione.

Ciclo frigorifero.

È un ciclo di Carnot a vapore inverso.



Trasformazioni:

- 1-2: Laminazione attraverso valvola isoentalpica.
- 2-3: Generazione di vapore a P costante. Completa evaporazione del fluido di lavoro.
- 3-4: compressione isentropica.
- 4-1: condensazione isobara.

Efficienza frigorifera:

$$\varepsilon_F = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{L}_C} = \frac{h_3 - h_2}{h_4 - h_3}$$

Efficienza della pompa di calore:

$$\varepsilon_{PC} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{L}_C} = \frac{h_4 - h_1}{h_4 - h_3}$$

Lavoro assorbito: viene assorbito per poter realizzare il ciclo inverso dall'unico utilizzatore, cioè il compressore.

$$\dot{L}_C = \dot{m}(h_4 - h_3)$$

Ciclo ad assorbimento. Con l'utilizzo di più sorgenti termiche (almeno 3) si può realizzare questo impianto. Acqua mescolata ad ammoniaca viene continuamente mescolata e separata, con le opportune temperature operative il compressore non è più necessario, quindi l'impianto permette di consumare molto meno. La convenienza economica, tuttavia, la si trova solo su grossi impianti, per cui la complessità della cella frigorifera conviene a un frigorifero convenzionale.

Efficienza frigorifera del ciclo ad assorbimento:

$$\varepsilon_F = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{L}_P + \dot{Q}_S}$$

Efflusso dei gas

Tipi di flusso. Si distinguono generalmente quattro tipi di flusso:

- Subsonico: $M < 1$
- Transonico: $M \cong 1$
- Supersonico: $M > 1$
- Ipersonico: $M \gg 1$

Velocità di propagazione dell'onda sonora.

$$c = \sqrt{kR^*T} \quad \text{con } k = \frac{C_P}{C_V}$$

Velocità del fluido in ugello. La velocità del fluido in una determinata sezione dell'ugello dipende dalla pressione che esso assume all'interno di tale sezione. Presa T_1 la condizione del fluido nota all'ingresso dell'ugello, si avrà che

$$w = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R^* T_1 \left[1 - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

Un ugello divergente, nel quale la pressione scende con l'allargarsi della sezione, va ad accelerare il fluido. L'ugello, quando è considerato ideale, intende la mancanza di ogni tipo di irreversibilità.

Sezione critica (gola). La gola dell'ugello è il punto in cui l'area della sezione dell'ugello è minima e la pressione quindi è massima. Il rapporto di pressione critico al quale la gola si deve trovare per avere flusso critico deve valere:

$$\pi_c = \left(\frac{P}{P_1} \right)_c = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$
$$\pi_c \cong 0.5$$

Varia leggermente in base alla struttura atomica del fluido.

La velocità nel punto di gola si può facilmente ricavare dalla formula di prima sostituendo il valore di π_c ottenendo

$$w = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R^* T_1}$$

Ristagno. La condizione di ristagno è identificata dai valori che pressione e temperatura assumono nella zona in cui il fluido possiede velocità nulla.

Comportamento dell'ugello. Ci sono principalmente due tipi di ugello, che vengono utilizzati rispettivamente in due casi distinti:

- *La pressione esterna è minore di quella critica.* In questo caso il fluido ha ancora la potenzialità di essere accelerato, per fare ciò e sfruttare ulteriore salto entalpico si utilizzano ugelli De Laval (convergenti divergenti), per accelerare il flusso critico in gola, infatti, sarà necessaria una parte divergente.
- *La pressione esterna è maggiore di quella critica.* Il flusso non può più effettuare un'ulteriore espansione che lo acceleri, quindi si utilizza un ugello solamente convergente.

Efficienza isoentropica dell'ugello.

$$\eta_{is} = \frac{h_0 - h_2}{h_0 - h_{rev}} = \frac{w_{reale}^2}{2c_p(T_0 - T_{rev})}$$

Efflusso da un foro. Possono verificarsi due condizioni durante il processo di efflusso libero da un foro, queste dipendono dalla pressione all'esterno del contenitore forato.

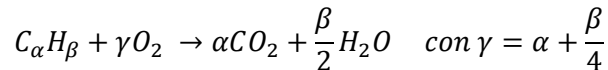
- $P_2 < P_c$: si verifica blocco sonico con velocità sonica costante e fluido in pressione critica al trapasso.
- $P_2 > P_c$: l'efflusso è subsonico con pressione al trapasso stabile a livello di quella ambientale.

Combustione

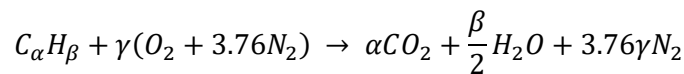
Tipi di combustione. Ci sono tre tipi di combustione:

- Stechiometrica: le proporzioni sono perfette e seguono la regola stechiometrica data dalla formula generale della combustione.
- In eccesso di ossidante (completa): tutto l'idrocarburo viene bruciato e si origina solo anidride carbonica, oltre all'acqua e al restante ossigeno.
- In difetto di ossidante (incompleta): la combustione è imperfetta, oltre all'anidride carbonica e all'acqua si crea monossido di carbonio, composto pericoloso e nocivo.

Formula generale della combustione.



Reazione con aria.



Rapporto aria-combustibile in camera di combustione.

$$\alpha = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c}$$

Bilancio di massa in camera di combustione.

$$\dot{m}_p = (1 + \alpha)\dot{m}_c$$

Bilancio energetico in camera di combustione.

$$\dot{m}_c \Delta h_c + \alpha \dot{m}_c \Delta h_a - (1 + \alpha)\dot{m}_c \Delta h_p + \dot{m}_c \Delta h^0 - \dot{Q} = 0$$

Riscrivendo la formula inserendo le entalpie naturali di combustibile, comburente e prodotti, si ottiene una dipendenza dai Δh di ogni elemento rispetto al loro stato base. Raccogliendo tutti i valori di entalpia standard si ottiene l'entalpia standard di reazione.

$$\Delta h^0 = -h_{0c} - \alpha h_{0a} + (1 + \alpha)h_{0p}$$

Che indica la quantità di energia scambiata per unità di massa dal sistema quando tutti gli elementi sono a stessa temperatura T_0 (solitamente 25°C).

Potere calorifico. È la quantità di calore prodotto quando reagenti e prodotti sono alla stessa temperatura generica.

$$P_c = -\Delta h^0$$

Temperatura adiabatica di fiamma. Temperatura raggiunta dai fumi quando le specie entrano in camera a $T_0 = 25^\circ\text{C}$ e la combustione è del tutto adiabatica.

$$T_{ad} = \frac{P_{ci}}{(1 + \alpha)c_p}$$

Aria umida

Miscela. Le miscele sono insiemi di diversi componenti non reagenti tra loro. Nel caso in cui le sue componenti siano tutte ideali, allora la miscela si dirà ideale. Nelle miscele il numero totale di moli, l'energia interna totale e l'entropia totale sono scomponibili in somme di parti relative a ogni singolo componente della miscela, proporzionalmente legate a quante moli di ogni elemento sono presenti in miscela.

Teorema di Gibbs. Dice che l'energia interna e l'entropia sono equivalenti alla somma delle energie interne e delle entropie di ogni singolo elemento della miscela.

Pressione parziale del componente i .

$$P_i = N_i \frac{RT}{V}$$

Pressione assunta da un componente se fosse libero e da solo nel volume V .

Legge di Dalton.

$$P = \sum P_i$$

Frazione molare, massa e calore specifico fittizi.

$$x_i = \frac{N_i}{N}$$

Da cui si definiscono

$$M_{m,f} = \sum x_i M_{m,i}$$
$$c_{v,f} = \sum x_i c_{v,i}$$

Stato omogeneo ed eterogeneo. Allo stato omogeneo lo stato deve essere per forza quello di vapore surriscaldato. Non vi è altro che vapore, la pressione è quindi inferiore a quella di saturazione dell'aria, cioè il punto in cui l'acqua inizia a condensare. Nello stato eterogeneo invece, l'aria è in condizione limite sulla curva di saturazione, inizia a formarsi una fase liquida e le quantità reciproche sono definite dal titolo del vapore.

Energia interna ed entalpia dell'aria umida.

$$U = U_{as} + U_v$$

$$H = H_{as} + H_v$$

Punto di rugiada. Punto in cui, durante un raffreddamento isobaro a massa costante, il vapore inizia a condensare in gocce sulle superfici.

Punto di brina. Punto in cui, durante un raffreddamento isobaro a massa costante, il vapore, trovandosi a pressioni inferiori di quelle del punto critico, inizia a ghiacciare direttamente sulle superfici senza passare dallo stato liquido.

Compressione isoterma. Durante una compressione isoterma, una volta raggiunta la curva limite, il vapore si limiterà a restare in quello stato. Al massimo potrà aumentare la pressione totale della miscela, ma non quella del vapore.

Aggiunta di acqua a P e T totali costanti. L'aggiunta di acqua può avere diversi esiti in base alle condizioni in cui la si effettua,

- Se l'aggiunta di acqua è tale da non raggiungere lo stato limite, tutta l'acqua aggiunta si trasformerà in vapore.
- Se l'aggiunta di acqua è tale da far raggiungere lo stato limite al vapore, parte del vapore dovrà per forza condensare.

Contenuto d'acqua, umidità assoluta e umidità relativa.

$$x = \frac{M_{H_2O}}{M_{as}}$$

$$x_V = \frac{M_V}{M_{as}}$$

$$\varphi = \frac{P_V}{P_{sat}}$$

In un sistema eterogeneo $x > x_V$

In un sistema omogeneo $x = x_V$, inoltre

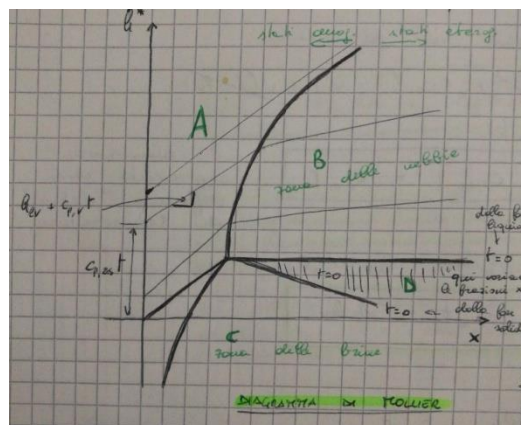
$$x_V = 0.622 \frac{P_V}{P - P_V} = 0.622 \frac{\varphi P_{sat}}{P - \varphi P_{sat}}$$

Entalpia specifica dell'aria umida.

$$h^* = \frac{H}{M_{as}}$$

N.B.: la dipendenza è con la *massa di aria secca*, non con la massa totale.

L'entalpia, in funzione di altri parametri importanti dell'aria umida, viene rappresentata sul piano cartesiano grazie ai *diagrammi di Mollier*.



Nella zona degli stati omogenei

$$h^* = c_{p,as}t + x_V(h_{lv} + c_{p,v}t)$$

Nella zona delle nebbie

$$h^* = c_{p,as}t + x_{V,s}(h_{lv} + c_{p,v}t) + (x - x_{V,s})c_Lt$$

Nella zona delle brine

$$h^* = c_{p,as}t + x_{V,s}(h_{lv} + c_{p,v}t) + (x - x_{V,s})(h_{ls} + c_gt)$$

Con t si indica una variazione virtuale di temperatura, nella zona mista a temperatura costante la scrittura si semplifica.

$$h^* = x_{V,s}h_{lv} + x_g h_{ls}$$

Trasmissione del calore

Flusso termico areico.

$$J(t) = \frac{\dot{Q}(t)}{S}$$

Bilancio energetico per un corpo che subisce trasmissione di calore.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q}^{\leftarrow} + \dot{\Sigma}_{gen}^{\leftarrow}$$

Postulato di Fourier per la conduzione.

$$J = -K \text{ grad}(T)$$

Con K detta conduttività termica.

Legge di Newton per la convezione.

$$J = h(T_P - T_{\infty})$$

Con h detto coefficiente convettivo

Legge di Stefan-Boltzmann.

Potenza termica scambiata per irraggiamento.

$$\dot{Q} = S\sigma_o T_s^4$$

Con $\sigma_o = 5,67 * 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^2$ costante di Stefan-Boltzmann.

Conduzione

Postulato di Fourier per flusso monodimensionale.

$$J = -K \frac{dT}{dn}$$

Con n direzione del flusso. La conduttività termica del materiale è una proprietà isotropa che dipende dalla struttura molecolare.

Equazione generale della conduzione.

$$\rho c \frac{dT}{dt} = K \nabla^2 T + \sigma$$

Dalla quale si ricava l'andamento della temperatura nello spazio e nel tempo. A questa, sotto casi particolari, si aggiungono delle semplificazioni:

- Diffusione: $\sigma = 0$ per cui si ha $\rho c \frac{dT}{dt} = K \nabla^2 T$
- Regime stazionario (equazione di Poisson): $\frac{dT}{dt} = 0$ per cui si ha $0 = K \nabla^2 T + \sigma$
- Equazione di Laplace: insieme delle due precedenti, per cui si ha $0 = \nabla^2 T$

Condizioni al contorno per lo studio delle soluzioni dell'equazione della conduzione.

- 1° tipo. *Condizione di Dirichlet*: distribuzione di temperatura in superficie e temperatura iniziale del volume note.
- 2° tipo. *Condizione di Neumann*: variazione della temperatura nota, cioè noto il flusso termico areico.
- 3° tipo. *Condizione di Cauchy*: lo scambio termico sul contorno è costante.
- 4° tipo. Il flusso termico uscente da un corpo è uguale al flusso termico entrante in un corpo a contatto con il primo.

Sistemi di coordinate. Ai nostri fini saranno sufficienti due tipi di sistema di riferimento per lo studio della distribuzione di temperatura:

- Coordinate cartesiane ortogonali, dove $T = T(x, y, z, t)$

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

In un sistema monodimensionale si semplifica e diventa

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

- Coordinate cilindriche, dove $T = T(r, \theta, z, t)$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

In un sistema monodimensionale si semplifica e diventa

$$\nabla^2 T = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Resistenza conduttiva. Per una parete piana:

$$R_k = \frac{L}{KS}$$

Per una parete cilindrica:

$$R_k = \frac{1}{2\pi LK} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

Resistenza convettiva.

$$R_{conv} = \frac{1}{hS}$$

Con S superficie che può essere sia quella del cilindro che quella di una parete piana e h coefficiente convettivo.

Soluzioni generali dell'equazione della conduzione.

In generale, per il caso di distribuzione in parete piana indefinita, basterà integrare l'equazione per ottenere che

$$T = -\frac{\sigma}{2K}x^2 + Ax + B$$

Per il caso, invece, di un corpo cilindrico indefinito

$$T = -\frac{\sigma}{4K}r^2 + C \ln r + D$$

Studio dei casi di distribuzione.

1. Parete piana indefinita, senza generazione interna, con condizioni di prima specie.

La distribuzione è lineare nella parete: $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$

$$T = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1$$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{k,parete}}$$

2. Parete piana indefinita, senza generazione interna, con condizioni di terza specie.

Le condizioni per la terza specie portano a inserire:

$$\begin{cases} x = 0 \\ -K \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = h_1(T_{\infty 1} - T) \end{cases} \quad \begin{cases} x = L \\ -K \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h_2(T - T_{\infty 2}) \end{cases}$$

Che portano a descrivere T solo all'interno della parete come

$$T = -\frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{L}{K} + \frac{1}{h_2}} \left(\frac{x}{K} + \frac{1}{h_1} \right) + T_{\infty 1}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{L}{KS} + \frac{1}{h_2 S}}$$

3. Parete piana indefinita e composta, senza generazione interna, con condizioni di prima specie.

Si evita di studiare l'andamento di T , visto che cambierebbe a seconda della zona della parete, si sfruttano le potenze termiche di ogni sezione descritte come in **1**. Sommando tutto si ha che

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_n}{R_{tot}}$$

Dove le resistenze di ogni strato sono da considerarsi come in serie, complessivamente

$$R_{tot} = \sum_i^n R_{k,i}$$

4. Parete piana indefinita, con generazione interna, con condizioni di prima specie.

In presenza di generazione interna $\sigma \neq 0$, per cui si dovrà sfruttare l'equazione di Poisson.

$$T = -\frac{\sigma}{2K}x^2 + \left(-\frac{T_1 - T_2}{L} + \frac{\sigma L}{2K}\right)x + T_1$$

La distribuzione ha un massimo in

$$x = \frac{L}{2} - \frac{T_1 - T_2}{L} \frac{K}{\sigma}$$

$$\dot{Q} = \left[\sigma x - \left(\frac{\sigma L}{2} - \frac{K(T_1 - T_2)}{L} \right) \right] S$$

5. Parete cilindrica indefinita, senza generazione interna, con condizioni di prima specie.

Sotto le ipotesi di distribuzione monodimensionale $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln(r/r_1)$$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{k,cilindro}}$$

6. Parete cilindrica indefinita, senza generazione interna, con condizioni di terza specie.

Le condizioni per la terza specie portano a inserire:

$$\left\{ \begin{array}{l} r = r_1 \\ -K \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_1} = h_1(T_{int} - T) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} r = r_2 \\ -K \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_2} = h_2(T - T_\infty) \end{array} \right.$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{int} - T_\infty}{\frac{1}{2\pi L} \left[\frac{1}{h_1 r_1} + \frac{1}{K} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{h_2 r_2} \right]}$$

7. Parete cilindrica indefinita, con generazione interna, con condizioni di prima specie.

Valgono tutti gli argomenti discussi al punto 4. In generale l'andamento avrà forma

$$T = -\frac{\sigma}{4K}r^2 + C \ln(r) + D$$

8. Parete cilindrica indefinita e composta, senza generazione interna, con condizioni di prima specie.

Valgono tutti gli argomenti discussi al punto 3.

$$\dot{Q} = \frac{T_{int} - T_\infty}{R_{tot}}$$

Isolamento di una parete. L'aggiunta di uno spessore isolante in una parete piana e in una cilindrica si rivede nella resistenza termica semplicemente come un termine aggiuntivo di resistenza. Nelle pareti cilindriche però, l'isolante inizia a lavorare correttamente quando il suo spessore è maggiore di un certo raggio critico

$$r_{cr} = \frac{K_{is}}{h_e}$$

$$R_{tot} = \frac{1}{2\pi L} \left(R_{conv,int} + R_{k,1} + \frac{1}{K_{is}} \ln \frac{r_{is}}{r_2} + \frac{1}{h_e r_{is}} \right)$$

Mantenendo un raggio minore del raggio critico, in realtà lo scambio termico aumenta! Questa proprietà può essere ben sfruttata a seconda dell'uso che si vuole fare della tubazione, quindi scegliendo se si vuole disperdere o meno potenza termica.

Equazione generale della distribuzione di temperatura nell'aletta.

L'alettatura serve ad aumentare la superficie del corpo di cui si vuole scambiare il calore. È logico pensare che lungo l'aletta, la temperatura vari in funzione della distanza dal corpo principale.

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$$

In cui

$$\theta = T - T_\infty$$

$$m^2 = \frac{hP}{KS}$$

Aletta finita. Un'aletta finita è definita come di lunghezza L finita e con la superficie all'estremità supponibile adiabatica in quanto trascurabile rispetto alla superficie laterale. L'aletta si dirà adiabatica quando $mL > 2.7$. Si avranno le condizioni al contorno

$$\begin{cases} x = L \\ \frac{d\theta}{dx} = 0 \end{cases}$$

Che unite allo studio della soluzione dell'equazione generale porterà a

$$T = T_\infty + (T_0 - T_\infty) \frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$$

$$\dot{Q}_{ad} = \dot{Q}_\infty \tanh(mL)$$

$$\eta_{ad} = \sqrt{\frac{hP}{KS}} \tanh(mL)$$

Aletta infinita. Questo tipo di aletta è un modello che possiede lunghezza infinita.

$$\begin{cases} x = 0 \\ \theta = 0 \end{cases}$$

Che unite allo studio della soluzione dell'equazione generale porterà a

$$T = T_\infty + (T_0 - T_\infty)e^{-mx}$$

$$\dot{Q}_\infty = \sqrt{hPKS}(T_0 - T_\infty)$$

Proprietà funzionale delle alette è l'efficienza:

$$\eta = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_o}$$

$$\eta_{ad} = \sqrt{\frac{hP}{KS}}$$

Conduzione in regime variabile. In un regime non costante troveremo occorrenzialmente un transitorio termico per cui sarà necessario inserire condizioni al contorno adeguate. L'equazione da risolvere sarà quella di Fourier senza generazione interna, riformulata come:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Dove $\alpha = \frac{K}{\rho c}$ è detta *diffusività termica*.

Si inseriscono anche

- Temperatura adimensionale: $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$
- Lunghezza adimensionale: $\xi = \frac{x}{L}$
- *Numero di Fourier* (adimensionalizza il tempo): $Fou = \frac{at}{L^2}$
- *Numero di Biot* (adimensionalizza resistenza convettiva e conduttiva): $Bi = \frac{hL}{K}$

Sostituendo questi termini si riscrive l'equazione della conduzione come

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fou} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}$$

Il numero di Biot non vi rientra, ma è un importante indicatore di quale sia la parte dominante nello scambio di potenza termica:

- $Bi \ll 0.01$ porta alla netta predominanza della parte convettiva, la temperatura viene presa costante nella parete.

$$\theta = \theta(Fou, Bi)$$

- $0.01 < Bi < 20$ in questo caso convezione e conduzione sono comparabili, l'andamento è legato a condizioni al contorno del terzo tipo.

$$\theta = \theta(\xi, Fou, Bi)$$

- $Bi > 20$ rende predominante la conduzione, serviranno condizioni al contorno di prima specie.

$$\theta = \theta(\xi, Fou)$$

Modello a resistenza interna trascurabile. L'equazione di Fourier non è più utilizzabile visto che in questo caso la temperatura non è dipendente direttamente dal tempo. Siamo nel caso in cui $Bi \ll 0.01$, la parte di conduzione interna alla parete e la sua resistenza termica sono trascurabili, la temperatura infatti resta costante lungo lo spessore della parete. La temperatura assumerà la forma

$$\theta = \theta_0 e^{-Bi Fou}$$

Convezione

Legge di Newton per la convezione.

$$J_c = h(T_p - T_f)$$

Dove h è il coefficiente convettivo, T_p è la temperatura del corpo e T_f quella del fluido. Quest'ultima può essere interpretata come

- $T_f = T_\infty$ se presa abbastanza lontano dal corpo, nel fluido indisturbato
- T_f come media pesata su tutta la portata nel caso di un moto *confinato*. In questo caso viene detta *temperatura di miscelamento adiabatico*.

Fenomeni di trasporto su lastra piana. ogni filetto fluido che passa nei pressi della lastra forma uno strato limite. In questa zona particolare la velocità varia da zero a velocità di regime del fluido a causa degli effetti dell'attrito e in particolare della viscosità dinamica.

Durante questo passaggio, il corpo cede un flusso di calore al fluido che scorre nei suoi pressi. L'effetto dell'aumento di temperatura e l'espansione che ne deriva, spinge il fluido ad allontanarsi dal corpo caldo. Così facendo si generano moti convettivi che ricambiano il fluido nei pressi della superficie.

Per studiare il caso complesso della convezione e della distribuzione di temperatura nelle varie zone del fluido si sfrutta il teorema di Buckingham.

Nel caso della convezione forzata, avendo 7 grandezze caratteristiche del fenomeno, misurate grazie a 4 unità di misura fondamentali, si ottiene che si possono scrivere 3 gruppi adimensionali che caratterizzano il moto convettivo dei fluidi che sono i numeri di *Nusselt*, *Reynolds* e *Prandtl*.

Nel caso della convezione naturale, invece, ai gruppi adimensionali si aggiunge quello di *Grashoff*.

Numero di Nusselt.

$$Nu = \frac{h\lambda}{K}$$

Con λ che è la lunghezza caratteristica della parete. Il suo valore varia a seconda della geometria, nel caso di parete piana $\lambda = L$ mentre nel caso di parete cilindrica $\lambda = D_{parete}$.

Questo numero è interpretabile come rapporto tra i flussi termici scambiati per convezione e quelli scambiati per conduzione.

Si nota la sua somiglianza con il numero di Biot, che invece di avere la conduttività del fluido come nel numero di Nusselt, ha la conduttività del solido.

Numero di Reynolds.

$$Re = \frac{\rho w \lambda}{\mu}$$

Può essere inteso come un rapporto tra forze di inerzia e forze viscosi e rappresenta lo stato di moto del fluido. In particolare, quando assume valori $2000 < Re < 4000$ si entra in un campo di transizione, valori maggiori indicano un campo di moto turbolento, valori inferiori un moto laminare. È valido solo in convezione forzata.

Numero di Prandtl.

$$Pr = \frac{c_p \mu}{K}$$

Proprietà del fluido. È un rapporto tra diffusività della quantità di moto e diffusività termica.

Legame funzionale tra i numeri caratteristici per la convezione forzata.

$$Nu = A Re^a Pr^b$$

Numero di Grashoff.

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T \lambda^3}{\mu^2}$$

Rappresenta il rapporto tra forze di inerzia, forze di galleggiamento e viscosità al quadrato. Quando le forze a numeratore prevalgono sul quadrato di quelle viscosi, si avrà l'instaurarsi di un moto turbolento. È valido solo in convezione naturale.

Legame funzionale tra i numeri caratteristici per la convezione naturale.

$$Nu = A Gr^a Pr^b$$

Numero di Rayleigh. Molto spesso le interpolazioni sui dati per trovare le costanti a e b rivelano che i due esponenti sono identici, questo permette di inserire un nuovo gruppo adimensionale:

$$Ra = Gr Pr$$

$$\rightarrow Nu = A Ra^a$$

Scambiatori di calore

Coefficiente globale di scambio termico. È il coefficiente che esprime la conduttanza specifica totale dello scambiatore, è quindi influenzato da tutte le caratteristiche fisiche e geometriche di fluido e scambiatore.

$$U = \frac{1}{SR_{tot}}$$

Dove S è detta superficie di scambio nominale dello scambiatore.

Potenza termica scambiata.

$$\dot{Q} = US(T_i - T_e)$$

Con T_i e T_e temperature a cavallo della parete di scambio.

Differenza di temperatura medio-logaritmica.

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)}$$

Con $\Delta T_i = T_{c,i} - T_{f,i}$

Capacità termica di portata. Propria di ogni fluido coinvolto nello scambio.

$$C = \dot{m}c_p$$

Metodi di dimensionamento degli scambiatori. Sono metodi che permettono di dimensionare e verificare la funzionalità in base allo scopo degli scambiatori di calore.

- *Differenza di temperatura medio-logaritmica:* permette di dimensionare la superficie di scambio in base alle temperature del fluido che vi scorre.
- *Metodo NTU:* note le caratteristiche delle superfici di scambio termico si studiano le temperature di ingressi e uscite dello scambiatore per valutare se il dispositivo è adatto allo scopo preposto.

Scambiatore in equicorrente via ΔT_{ml} .

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,1} - T_{c,2}) = C_f(T_{f,2} - T_{f,1})$$

Scambiatore in controcorrente via ΔT_{ml} .

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,2} - T_{c,1}) = C_f(T_{f,2} - T_{f,1})$$

Potenza termica scambiata per un qualsiasi scambiatore.

$$\dot{Q} = US\Delta T_{ml}$$

Nel disegno delle distribuzioni di temperatura prestare attenzione al fatto che le due linee non si devono mai intersecare. I gradienti, inoltre, nelle sezioni di ingresso sono massimi e in uscita sono minimi.

Efficienza di uno scambiatore. Rapporto tra la potenza reale e quella teorica scambiata da uno scambiatore in controcorrente con una superficie infinita.

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_\infty}$$

Dove $\dot{Q}_\infty = C_{min}(T_{c,in} - T_{f,in})$ insieme a $C_{min} = \min(C_c, C_f)$

Metodo NTU. Sfruttando l'analisi dimensionale e il teorema di Buckingham si ottengono tre quantità adimensionali: una è l'efficienza, vista prima. Segue il rapporto di capacità, definito come

$$\frac{1}{C} = \frac{C_{max}}{C_{min}}$$

Scegliendo C_{max} e C_{min} dalle capacità termiche dei due fluidi. E per ultimo, il Numero di Unità di Scambio (o *Number of Transfer Units*) da cui il metodo prende il suo nome:

$$NTU = \frac{US}{C_{min}}$$

Seguendo il teorema di Buckingham, si potrà costruire una relazione che lega efficienza a rapporto di capacità e NTU:

$$\varepsilon = \varepsilon(NTU, C)$$

Irraggiamento

Velocità delle onde in un mezzo, lunghezza d'onda, frequenza.

$$\bar{c} = \frac{c}{n}$$

$$\lambda = \frac{\bar{c}}{\nu}$$

Intensità dell'onda elettromagnetica. L'intensità prodotta da un'onda elettromagnetica dipende da diversi fattori, primi fra tutti l'area e il tempo di esposizione/emissione, ma anche da quantità di calore emessa, lunghezza d'onda dell'onda e apertura angolare (concentrazione) delle onde. Si distinguono quattro tipi principali di intensità:

1. Intensità angolare monocromatica

$$I_{\omega,\lambda} = \frac{dq}{dt dA_n d\lambda d\omega}$$

2. Intensità angolare integrale

$$I_{\omega,\lambda} = \frac{dq}{dt dA_n d\omega}$$

3. Intensità emisferica monocromatica

$$I_{\omega,\lambda} = \frac{dq}{dt dA_n d\lambda}$$

4. Intensità emisferica integrale

$$I_{\omega,\lambda} = \frac{dq}{dt dA_n}$$

Quando l'intensità è riferita a una sorgente che emette allora sarà detta *intensità emissiva*.

Corpo nero. Corpo che emette in modo isotropo in tutte le direzioni e la cui intensità di emissione dipende dalla sua temperatura. La sua intensità emisferica equivale a

$$I_{\lambda}^n = \frac{2h\bar{c}^2}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right]}$$

Dove $h = 6.626 * 10^{-34} Js$ è la costante di Planck, $k = 1,38 * 10^{-23} \frac{J}{K}$ la costante di Boltzmann e λ la lunghezza d'onda.

Legge di Planck.

$$E_{\lambda}^n = \frac{2\pi h\bar{c}^2}{\lambda^5 \left[e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right]}$$

Legge di Stefan-Boltzmann per l'irraggiamento.

$$E^n = \sigma_0 T^4$$

Dove $\sigma_0 = 5.67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ è detta costante di Stefan-Boltzmann. Al crescere di T, la lunghezza d'onda del massimo assume valori più bassi.

Legge di Wien. Lega la lunghezza d'onda e la temperatura del corpo emissivo.

$$\lambda_{max}T = 2897,8 \mu m * K$$

Interazione corpo-radiazione. I corpi, quando colpiti da una radiazione, si possono comportare in modo diverso, rispettando sempre il bilancio di irradiazione:

$$G = G_{riflessa} + G_{assorbita} + G_{trasmessa}$$

In termini adimensionali,

$$1 = \rho + \alpha + \tau$$

Nel caso particolare di un corpo nero, non si ha riflessione né trasmissione, quindi

$$G = G_{assorbita}, \quad \alpha = 1$$

Brillanza o Radiosità. È la somma tra la quantità di radiazione riflessa e quella naturalmente emessa:

$$J = E + G_{\rho}$$

Il modo in cui le onde vengono riflesse dipende dal tipo di superficie, dal materiale e dalla sua scabrosità.

Emissività e superficie grigia. Qualsiasi superficie che non è un corpo nero ed emette in modo diffuso è detta superficie grigia. Il rapporto tra quantità di energia emessa da un corpo e quella emessa da un corpo nero a stessa temperatura è detto emissività:

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E^n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma_0 T^4}$$

Da cui, conoscendone l'emissività, si può ricavare la potenza emessa da un qualsiasi corpo.

Teorema di Kirchoff. Una cavità vuota in cui è presente una radiazione isotropa e omogenea è una *radiazione integrale* poiché contiene la stessa energia che verrebbe emessa da un corpo nero a tale temperatura. Inoltre, vale che $\alpha = \varepsilon$.

Fattore di vista. La trasmissione per irraggiamento dipende non solo dalla tipologia di superficie, ma anche dall'orientamento reciproco tra emittente e ricevente. Il fattore di vista è il parametro che indica come le due superfici si rapportano.

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{\dot{Q}_{i \rightarrow j}}{Q}$$
$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{\int \int \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) dA_1 dA_2}{A_1 \pi r^2}$$

Legge di reciprocità.

$$F_{1 \rightarrow 2} A_1 = F_{2 \rightarrow 1} A_2$$

Legge di sovrapposizione.

$$F_{1 \rightarrow 2+3} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3}$$

Legge di sommabilità in cavità chiusa.

$$\sum F_k = 1$$

Potenza termica scambiata tra due superfici grigie.

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1 A_1} + \frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2 A_2} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}}}$$

Con $\frac{1 - \alpha_i}{\alpha_i A_i}$ *resistenze di superficie* e $\frac{1}{A_i F_{i \rightarrow j}}$ *resistenza di posizione*. Si distinguono alcuni casi particolari:

1. Superfici nere

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma_0(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}}}$$

2. Superfici piane, nere e uguali

$$\dot{Q}_{12} = \sigma_0 A (T_1^4 - T_2^4)$$

3. Corpo nero (1) all'interno di cavità nera (2)

$$\dot{Q}_{12} = \sigma_0 A_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

4. Corpo nero emette verso uno grigio, piani, paralleli e uguali

$$\dot{Q}_{12} = \sigma_0 A \alpha_2 (T_1^4 - T_2^4)$$

Si può inserire tra due superfici uno schermo anti-radiante, questo fungerà da ulteriore resistenza, infatti è uno schermo che provvede a isolare un corpo dalle radiazioni di un altro.